BT Dessinateur Maquettiste

Éléments de correction et barème

<table>
<tr><th></th><th>Éléments de correction</th><th>Barème</th></tr>
<tr><td>Exercice
(8 points)</td><td>1. On développe $(4-x)(ax^2+bx+c)$ ce qui donne
$-ax^3+(4a-b)x^2+(4b-c)x+4c$. En identifiant à $f(x)$ et en résolvant le système obtenu, on trouve $a=1$, $b=3$ et $c=2$.</td><td>1</td></tr>
<tr><td></td><td>2. $f(x)=0 \Leftrightarrow 4-x=0$ ou $x^2+3x+2=0$. La deuxième équation a pour discriminant $\Delta=1$ et admet donc deux solutions -1 et -2.
L'ensemble des solutions de l'équation $f(x)=0$ est donc $S=\{-1;-2;4\}$</td><td>2</td></tr>
<tr><td></td><td>3. a. On peut écrire $f(x)=(4-x)(x+1)(x+2)$.
<table>
<tr><td>x</td><td>$-\infty$ -2</td><td>-1</td><td>4</td><td>$+\infty$</td></tr>
<tr><td>$4-x$</td><td>$+$</td><td>$+$</td><td>$+$</td><td>$-$</td></tr>
<tr><td>$x+1$</td><td>$-$</td><td>$-$</td><td>$+$</td><td>$+$</td></tr>
<tr><td>$x+2$</td><td>$-$</td><td>$+$</td><td>$+$</td><td>$+$</td></tr>
<tr><td>$f(x)$</td><td>$+$</td><td>$-$</td><td>$+$</td><td>$-$</td></tr>
</table></td><td>1</td></tr>
<tr><td></td><td>3. b. En utilisant le tableau ci-dessus, l'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x)<0$ est donc $S=]-2;-1[\cup]4;+\infty[$.</td><td>1</td></tr>
<tr><td></td><td>4. a. On pose $\ln(x)=X$ et l'équation devient $f(X)=0$ résolue en 2.
$X=-1$ ou $X=-2$ ou $X=4$ ce qui s'écrit $\ln x=-1$ ou $\ln x=-2$ ou $\ln x=4$ c'est-à-dire $x=e^{-1}$ ou $x=e^{-2}$ ou $x=e^4$ donc $S=\{e^{-1};e^{-2};e^4\}$</td><td>1,5</td></tr>
<tr><td></td><td>3. c. On pose $e^x=X$ et l'équation devient résolue $f(X)=0$ en 2.
$X=-1$ ou $X=-2$ ou $X=4 \Leftrightarrow e^x=-1$ (impossible) ou $e^x=-2$ (impossible) ou $e^x=4 \Leftrightarrow x=\ln 4$ donc $S=\{\ln 4\}$</td><td>1,5</td></tr>
<tr><td>Problème
(12 points)</td><td>1. a. Quand x tend vers -2 avec $x>-2$, $x+2$ tend vers 0 et est positif, donc $\frac{6}{x+2}$ tend vers $+\infty$, donc $-\frac{6}{x+2}$ tend vers $-\infty$. Comme $3x-4$ tend vers -10, $\lim\limits_{x\to-2} f(x)=-\infty$.</td><td>1</td></tr>
<tr><td></td><td>1. b. On en déduit l'existence d'une asymptote d'équation $x=-2$.</td><td>0,5</td></tr>
<tr><td></td><td>2. a. Par quotient, $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(-\frac{6}{x+2}\right)=0$.</td><td>0,5</td></tr>
<tr><td></td><td>2. b. $-\frac{6}{x+2}=f(x)-(3x-4)$. Du 2. a., on déduit que la droite d'équation $y=3x-4$ est asymptote à la courbe (C) en $+\infty$.</td><td>1</td></tr>
<tr><td></td><td>2. c. $\lim\limits_{x\to+\infty}(3x-4)=+\infty$, donc par somme, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$.</td><td>0,5</td></tr>
<tr><td></td><td>3. a. $f'(x)=3+\frac{6}{(x+2)^2}$.   3. b. Signe de $f'(x)$.</td><td>1 + 0,5</td></tr>
<tr><td></td><td>3. c. Pour tout x de $]-2;+\infty[$, $f'(x)>0$, donc f est strictement croissante sur $]-2;+\infty[$.</td><td>0,5</td></tr>
<tr><td></td><td>4. Comme $f(1)=-3$ et $f'(1)=\frac{11}{3}$, on a pour équation de (T) :
$y=\frac{11}{3}x-\frac{20}{3}$.</td><td>1</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td></td><td>5. a.
<table>
<tr><td>x</td><td>$-1,5$</td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr>
<tr><td>$f(x)$</td><td>$-20,5$</td><td>-13</td><td>-7</td><td>-3</td><td>$0,5$</td><td>$3,8$</td></tr>
</table></td><td>1</td></tr>
<tr><td></td><td>5. b. Graphique avec (C) , (d) et (T)</td><td>2</td></tr>
<tr><td></td><td>6. a. On peut prendre F définie par $F(x)=\frac{3}{2}x^2-4x+\ln(x+2)$.</td><td>0,5</td></tr>
<tr><td></td><td>6. b. Comme f est positive sur $[2;3]$, l'aire cherchée est donnée en unité d'aire (qui est 1 cm² car $2\times 0,5=1$) par :
$A=F(3)-F(2)=\frac{7}{2}+6\ln\left(\frac{4}{5}\right)$ cm²,
dont une valeur approchée à 0,1 près est 3,3 cm².</td><td>1 + 0,5</td></tr>
</table>